

# Детерминированная математическая модель временного распределения тягового усилия для многорезцовых рабочих органов землеройных машин

**Ф.Ф. КИРИЛЛОВ,  
С.П. ОСИПОВ,  
кандидаты техн. наук,  
К.Б. БИДА,  
А.Д. КУХАРЕНКО  
(Томский ГАСУ)**

Построена детерминированная математическая модель временного распределения тягового усилия для многорезцовых рабочих органов землеройных машин, учитывающая расстояние между резцами, скорость резания и параметры распределения тягового усилия для однорезцового рабочего органа. Приведены пример расчёта оптимального по критерию минимума амплитуды вибраций и значения отношения расстояния между последовательными резцами к скорости резания.

**Ключевые слова:** землеройные машины, тяговое усилие, вибрации, резцы, грунтовая среда.

Одной из важнейших характеристик процесса разработки грунтовых сред землеройными машинами является функция, описывающая временные изменения тягового усилия\*. Эта дифференциальная характеристика позволяет учесть условия эксплуатации и контролировать удельные и интегральные энергетические затраты. Существуют описания указанной зависимости для однорезцовых рабочих органов (РО) землеройных машин\*. При этом влияние количества резцов и их взаимного расположения на параметры временных распределений тяговых усилий землеройных машин с многорезцовыми РО исследовано недостаточно.

Функцию временного изменения тягового усилия  $f_1(t)$  для однорезцового РО при фиксированных условиях разработки однородной грунтовой среды в первом приближении логично считать периодической функцией с периодом  $T$ , т.е.  $f_1(t) = f_1(t + T)$ . Будем считать, что функция  $f_1(t)$  имеет максимумы  $\max f_1$ , которые достигаются в точках  $t_{\max} + kT$  ( $k = 0, \infty$ ).

Проанализируем временную зависимость тягового усилия в общем случае. Многорезцовый РО можно считать замкнутой системой с фиксированным местоположением резцов, некоторые из которых расположены на перпендикуляре с лини-

ей резания и эквивалентны при анализе временной зависимости тягового усилия одному условному резцу. Пусть  $n$  – число эквивалентных резцов, а  $l_i$  – расстояние между предыдущим ( $i-1$ ) и последующим  $i$ -м резцами ( $i = 1 \dots n$ ). Для заданной скорости резания  $v$  исследуемая функция будет иметь следующий вид:

$$F_n(t) = \sum_{i=1}^n f_i(t + l_i/v), \quad (1)$$

где  $f_i(t)$  – временная зависимость тягового усилия для  $i$ -го резца.

Очевидно, что функция  $F_n(t)$  является периодической.

**Замечание 1.** На первичном этапе эксплуатации параметры всех резцов многорезцового РО практически одинаковы, поэтому можно принять  $f_i(t) = f_1(t)$ ,  $i = 2 \dots n$ .

**Замечание 2.** Если считать резцы практически одинаковыми, то число  $n$  – не общее число эквивалентных резцов, а только режущих грунтовую среду. В установившемся режиме резания заглубление РО в разрабатываемую среду является постоянной величиной, и, следовательно, количество резцов также постоянно.

Основной характеристикой функции  $F_n(t)$ , описываемой выражением (1), является период, помимо которого необходимо учитывать максимальное  $\max F_n$  и минимальное  $\min F_n$  значения тягового усилия. Разность последних  $\Delta_n = \max F_n - \min F_n$  определяет амплитуду вибраций, вызванных функционированием РО землеройной машины. Наличие дополнительных вибраций необходимо учитывать, так как этот фактор негативно влияет на все элементы машины, уменьшая её безотказность в целом. Следует также учесть, что вибрации отрицательно воздействуют на оператора машины.

Приведём несколько замечаний и утверждений для функций  $F_n(t)$  общего вида.

**Замечание 3.** Если расстояния между последовательными резцами одинаковы, т.е.  $l_i = l_{i-1}$ ,  $l = \text{const}$ ,  $i = (1 \dots n)$ , то величины максимальных и минимальных значений

\* Кононыхин Б.Д. Аналитические модели нагружения землеройных и землеройно-транспортных машин // Строительные и дорожные машины. 2007. № 4. С. 35–38.

функции  $F_n(t)$  зависят от вида функции  $f_1(t)$ , числа резцов и от параметра  $p = l/v$ .

**Утверждение 1.** С учётом замечаний 1–3 для функции  $f_1(t)$  произвольного вида при условии, что значение параметра  $p$  кратно периоду  $T$  ( $p = mT$ ,  $m = 2, 3\dots$ ), минимальные и максимальные значения функции  $F_n(t)$ , а также амплитуда вибраций находятся с помощью следующих выражений:

$$\min F_n = n \min f_1(t); \quad (2)$$

$$\max F_n = n \max f_1(t); \quad (3)$$

$$\Delta_n = n\Delta_1, \quad (4)$$

где  $\Delta_1$  – амплитуда вибраций для одиночного резца.

Эти выражения означают, что амплитуда вибраций в случае применения многорезцового РО увеличивается в  $n$  раз.

Исследуем функцию  $F_n(t)$ , исходя из наиболее характерного для землеройных машин вида функции  $f_1(t)$ , соответствующей процессу резания однородного грунта одиночным резцом, и представленной в виде треугольной функции (рис. 1). Промежуток возрастания функции  $f_1(t)$  длительностью  $t_{\max}$  связан с формированием уплотнённого ядра, а промежуток убывания – со сбросом грунта с передней поверхности резца. Результаты экспериментальных исследований процесса резания грунта показали, что для промежутков возрастания и убывания выполняется соотношение  $t_{\max} > T - t_{\max}$ . Функция  $f_1(t)$ , приведённая на рис. 1, определяется тремя параметрами:  $t_{\max}/T$ ;  $\max f_1$  и  $\Delta_1$ . Если  $t_{\max}/T = 0,5$ , то функция  $f_1(t)$  является симметричной; а если  $t_{\max}/T = 1$ , то  $f_1(t)$  обладает ярко выраженной асимметрией.

**Утверждение 2.** Существует значение параметра  $p$ , для которого амплитуда вибраций многорезцового РО меньше, чем вычисленная по формулам (2–4).

Для доказательства утверждения оценим параметры результирующей функции  $F_n(t)$  для симметричной функции  $f_1(t)$  и с ярко выраженной асимметрией.

Если для симметричной функции  $f_1(t)$  выполняется соотношение  $p = T/2$ , то для чётных значений  $n$

$$\min F_n = n \min f_1 + n \Delta_1/2;$$

$$\max F_n = n \min f_1 + n \Delta_1/2; \Delta_n = 0,$$

а для нечётных значений  $n$

$$\min F_n = n \min f_1 + (n - 1) \Delta_1/2;$$

$$\max F_n = n \min f_1 + (n + 1) \Delta_1/2; \Delta_n = \Delta_1.$$

Если для функции  $f_1(t)$  с ярко выраженной асимметрией выполняется соотношение  $p = T/n$ , то

$$\min F_n = n \min f_1(t) + (n - 1) \Delta_1/2;$$

$$\max F_n = n \min f_1(t) + (n + 1) \Delta_1/2; \Delta_n = \Delta_1.$$

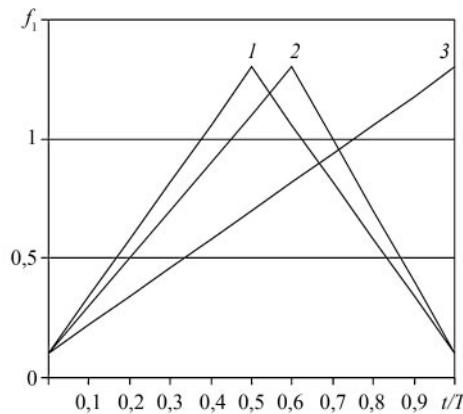


Рис. 1. Характерный для процесса резания грунта вид функции  $f_1(t)$ :  
1 – симметричный вид; 2 – асимметричный вид; 3 – ярко выраженная асимметрия

Утверждение 2 можно считать доказанным.

Для многорезцового РО землеройной машины являются заданными число резцов  $n$ , контактирующих с разрабатываемой средой, и расстояние  $l$  между резцами, следующими друг за другом. Скорость резания может регулироваться в широких пределах. С учётом замечаний 1–3 и утверждений 1–2 можно сделать вывод о том, что временное распределение тягового усилия может быть информативным параметром для регулирования амплитуды вибраций при функционировании многорезцового РО.

Рациональный выбор скорости резания позволит уменьшить воздействие вибраций на детали РО и, следовательно, повысит его надёжность.

На рис. 2 приведена зависимость уровня вибраций  $\Delta_n$  от параметра  $p/T$  ( $n = 6$ ;  $t_{\max}/T = 0,9$ ;  $\max f_1 = 1$ ;  $\Delta_1 = 0,8$ ). Из анализа данных, приведённых на рис. 2, можно сделать вывод о наличии оптимального значения  $p_{\text{opt}}$ , минимизирующего уровень вибраций для многорезцового РО.

На рис. 3 приведены зависимости функций  $F_n(t)$ , вычисленные для соответствующих значений  $p_{\text{opt}}$ . Число резцов  $n$  варьировали от 1 до 9,  $t_{\max}/T = 0,9$ ;  $\max f_1 = 1$ ;  $\Delta_1 = 0,8$ . Частота пульсаций при оптимальном по критерию минимума амплитуды вибраций значении параметра  $p$  увеличивается пропорционально числу резцов РО,

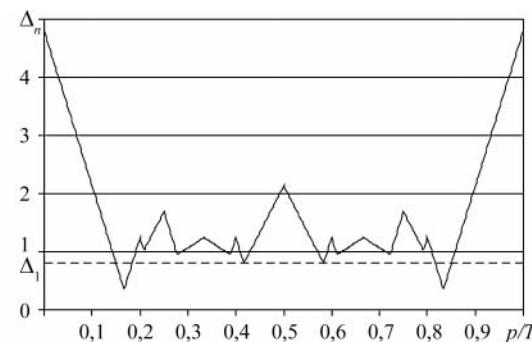
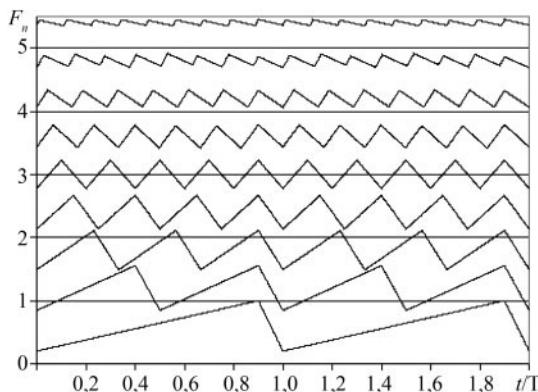


Рис. 2. Зависимость минимального значения амплитуды вибраций  $\Delta_n$  от параметра  $p/T$

<i>n</i>	<i>p<sub>opt</sub>/T</i>	Минимальное значение амплитуды вибрации $\min \Delta_n$ при $t_{\max}/T$							
		0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	1,0
1	1,000	0,800	0,800	0,800	0,800	0,800	0,800	0,800	0,800
2	0,500	0,000	0,267	0,457	0,600	0,711	0,758	0,784	0,800
3	0,333	0,262	0,178	0,114	0,400	0,622	0,716	0,767	0,800
4	0,250	0,000	0,200	0,152	0,200	0,533	0,674	0,751	0,800
5	0,200	0,160	0,000	0,19	0,000	0,444	0,632	0,735	0,800
6	0,167	0,000	0,133	0,102	0,133	0,356	0,589	0,718	0,800
7	0,143	0,114	0,076	0,049	0,171	0,267	0,547	0,702	0,800
8	0,125	0,000	0,067	0,114	0,150	0,178	0,505	0,686	0,800
9	0,111	0,089	0,089	0,089	0,089	0,089	0,463	0,669	0,800
10	0,100	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,421	0,653	0,800
11	0,091	0,073	0,073	0,073	0,073	0,073	0,379	0,637	0,800
12	0,083	0,000	0,044	0,076	0,100	0,119	0,337	0,620	0,800
13	0,077	0,062	0,041	0,026	0,092	0,144	0,295	0,604	0,800
14	0,071	0,000	0,057	0,044	0,057	0,152	0,253	0,588	0,800
15	0,067	0,053	0,000	0,064	0,000	0,142	0,211	0,571	0,800
16	0,062	0,000	0,050	0,038	0,050	0,133	0,168	0,555	0,800
17	0,059	0,047	0,031	0,020	0,071	0,110	0,126	0,539	0,800
18	0,056	0,000	0,03	0,051	0,067	0,079	0,084	0,529	0,800
19	0,053	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,506	0,800
20	0,050	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,490	0,800

Рис. 3. Зависимость функции  $F_n(t)$  для оптимальных значений параметра  $p$  (число резцов  $n = 1+9$ , линии снизу вверх с возрастанием  $n$ )



а абсолютное значение амплитуды вибраций  $\Delta_n$  уменьшается.

Для более детального исследования был проведён цикл расчётов параметров функции  $F_n(t)$  для различного числа резцов. В результате анализа результатов расчётов было установлено, что зависимость оптимального значения параметра  $p$  от числа резцов, контактирующих с разрабатываемой средой, описывается простым соотношением

$$p_{\text{opt}}(n) = 1/n.$$

В таблице приведены зависимости минимального значения амплитуды вибраций  $\min \Delta_n$  от числа  $n$  для различных значений  $t_{\max}/T$  при  $\Delta_1 = 0,8$ .

Вычислить  $\min \Delta_n$  для других значений  $\Delta_1$  несложно, так как значение амплитуды вибраций для многорезцового РО пропорционально амплитуде вибраций для однорезцового РО. Если  $\min \Delta_n = 0$  для некоторого числа резцов  $n = n_0$ ,  $n_0 \neq 1$ , то функция

$F_{k=n_0/2}(t)$  является симметричной. Если сброс грунта происходит практически мгновенно, то минимальное значение амплитуды вибраций при любом количестве резцов равняется минимальному значению амплитуды вибраций для однорезцового РО.

**Разработанная детерминированная математическая модель временного распределения тяговых усилий для многорезцовых землеройных машин может быть существенно дополнена учётом влияния случайных факторов на процесс разработки грунтовых сред.**

В результате проведённых исследований удалось установить, что существуют опти-

мальные значения отношения расстояния между резцами к скорости резания, минимизирующие уровень вибраций, обусловленных функционированием многорезцового РО землеройной машины. Минимальные значения амплитуды вибраций зависят от количества резцов и степени асимметрии функции тягового усилия для однорезцового РО.

**F.F. Kirillov, S.P. Osipov,  
K.B. Bida, A.D. Kucharenko**

### The deterministic mathematical model of time distribution of traction effort for multicutter working bodies of the unbucket trencher

*The deterministic mathematical model is developed of time distribution of traction effort for multicutter working bodies of the unbucket trenchers, considering distance between cutters, speed of cutting and parameters of distribution of traction effort for single-cutter working body. Is make an example of calculation of optimum value of the relation of distance between consecutive cutters in speed of cutting, by criterion of a minimum of amplitude of vibrations.*

**Keywords:** earth-moving machinery, tractive effort, vibrations, cutters, the soil environment